Diplomvorprüfung in Statistik II – Wintersemester 2005/06 – 17.02.2006

Aufgabe 1: **[45 Punkte]**

Eine Mitarbeiterin eines Nürnberger Statistik-Lehrstuhls möchte herausfinden, welche Faktoren die Diplomnote von Studierenden beeinflussen. Sie befragt dazu T = 100 zufällig ausgewählte Absolventen, die gerade ihr Diplom bekommen haben, zu folgenden Aspekten:

DNote: Diplomnote (Wertebereich von 1,0 bis 4,0)
VDNote: Note im Vordiplom (Wertebereich von 1,0 bis 4,0)
Sem: Zahl der Fachsemester bis zum Erhalt des Diploms
Alter: Alter der befragten Person bei Erhalt des Diploms (in Jahren)
Sex: Geschlecht (weiblich = 1, männlich = 0)
BY: Person stammt aus Bayern (ja = 1, nein = 0)

Die Mitarbeiterin unterstellt, dass eine Note ein quantitatives Merkmal ist, das hier in 0,1-Schritten gemessen wurde, und formuliert folgendes Modell:

$$DNote_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot VDNote_t + \beta_2 \cdot \ln(Sem_t) + \beta_3 \cdot Alter_t + \beta_4 \cdot Sex + \beta_5 \cdot BY + e_t$$

Die Auswertung der Daten mit R ergibt folgenden Output:

```
Call:
lm(formula = DNote ~ VDNote + log(Sem) + Alter + Sex + BY)

Coefficients:
               Estimate      Std. Error    t value    Pr(>|t|)
(Intercept)  -2.0289613      1.2423869     -1.633     0.1058
VDNote        0.6257252      0.0754450        ?       7.7e-13 ***
log(Sem)      1.4027298      0.5366281      2.614     0.0104 *
Alter        -0.0006449      0.0473704     -0.014     0.9892
Sex          -0.0132849          ?         -0.099     0.9215
BY           -0.2538084      0.1210013     -2.098     0.0386 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5945 on 94 degrees of freedom
Multiple R-Squared: ?,     Adjusted R-squared: 0.5146
F-statistic: 21.99 on ? and ? DF,  p-value: 1.582e-14
```

a) Berechnen Sie unter Angabe des Rechenwegs die im Output fehlenden Werte für (5 Punkte)

a1) den t-Wert für b_1;

a2) den Standardfehler für b_4;

a3) Die Zahl der Freiheitsgrade für den totalen F-Test (df1 und df2);

a4) die geschätzte Fehlertermvarianz;

a5) das Bestimmtheitsmaß.

b) Welche der unabhängigen Variablen haben einen signifikanten Einfluss auf die Diplomnote und welche nicht (α=5%)? Begründen Sie Ihre Entscheidung. (2,5 Punkte)

c) Betrachten Sie die Koeffizienten b_1, b_2 und b_5. (6 Punkte)

c1) Angenommen Student A war im Vordiplom um 5 Noteneinheiten, d.h. eine halbe Note besser als Student B. Was erwarten Sie, um wie viele Noteneinheiten wird A im Diplom besser als B sein, wenn A und B ansonsten in allen Merkmalen übereinstimmen? Begründen Sie.

c2) Angenommen Student C und Student D stimmen in allen Merkmalen überein, außer dass C aus Bayern stammt und D nicht. Wenn D als Diplomnote eine 2,0 hat, welche Diplomnote erwarten Sie dann für C? Begründen Sie.

c3) Was gibt der Koeffizient b_2 an? Interpretieren Sie.

d) Mit einem Interaktionsterm kann der gemeinsame Einfluss von zwei Merkmalen untersucht werden. Nennen Sie zwei sinnvolle Interaktionsterme, die die Mitarbeiterin in das obige Modell aufnehmen könnte und interpretieren Sie diese inhaltlich. (4 Punkte)

e) Eine häufig genannte Annahme bei Regressionsschätzungen ist die der Normalverteilung. Der Jarque-Bera-Test bietet eine Möglichkeit, diese zu überprüfen. (7 Punkte)

e1) Beschreiben Sie kurz, was die Normalverteilungsannahme aussagt und warum sie notwendig ist.

e2) Mit welchem R-Befehl rufen Sie den Jarque-Bera-Test für das obige Modell auf?

e3) Der Jarque-Bera-Test aus e2) liefert folgenden Output:

```
Jarque Bera Test
Chi-squared = 0.8799, df1 = 2, p-value = 0.644
```

Begründen Sie kurz, ob die Normalverteilungsannahme hier als erfüllt betrachtet werden kann oder nicht (α=5%).

f) Die Mitarbeiterin vermutet, dass es für die Diplomnote auch eine Rolle spielt, ob ein Studierender Statistik als Schwerpunktfach im Hauptstudium gewählt hatte (Variable „Stat“, ja=1, nein=0). Sie schätzt dazu das obige Modell zusätzlich separat für Statistiker und Nicht-Statistiker. Die jeweiligen ANOVA-Tabellen sind im Folgenden angegeben (Tabelle 1: nur Statistiker, Tabelle 2: nur Nicht-Statistiker, Tabelle 3: Statistiker und Nicht-Statistiker zusammen). Führen Sie einen Chow-Test auf dem 5%-Niveau durch. Geben Sie dabei auch die Null- und Alternativhypothese, die Teststatistik, die Verteilung der Teststatistik und die Ablehnungsregion an. Interpretieren Sie das Ergebnis. (9 Punkte)

Tabelle 1: Analysis of Variance Table Response: DNote[Stat==1]

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
VDNote[Stat==1]	1	8.5878	8.5878	22.0595	6.881e-05 ***
log(Sem)[Stat==1]	1	2.4646	2.4646	6.3310	0.01811 *
Alter[Stat==1]	1	0.4689	0.4689	1.2044	0.28213
Sex[Stat==1]	1	0.0066	0.0066	0.0171	0.89701
BY[Stat==1]	1	1.0397	1.0397	2.6708	0.11382
Residuals	27	10.5111	0.3893		

Tabelle 2: Analysis of Variance Table Response: DNote[Stat==0]

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
VDNote[Stat==0]	1	25.5642	25.5642	73.3512	4.727e-12 ***
log(Sem)[Stat==0]	1	1.0556	1.0556	3.0287	0.08684
Alter[Stat==0]	1	0.4328	0.4328	1.2418	0.26949
Sex[Stat==0]	1	0.0818	0.0818	0.2346	0.62989
BY[Stat==0]	1	0.4903	0.4903	1.4068	0.24018
Residuals	61	21.2596	0.3485		

Tabelle 3: Analysis of Variance Table Response: DNote

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
VDNote	1	34.261	34.261	96.9548	3.894e-16 ***
log(Sem)	1	3.014	3.014	8.5301	0.004373 **
Alter	1	0.019	0.019	0.0539	0.816887
Sex	1	0.007	0.007	0.0195	0.889226
BY	1	1.555	1.555	4.3998	0.038627 *
Residuals	94	33.217	0.353		

g) Ein bei der Schätzung von Regressionsmodellen häufig auftretendes Phänomen ist die sog. Autokorrelation. (11,5 Punkte)

g1) Erläutern Sie kurz verbal und formal, was man unter Autokorrelation versteht.

g2) Nennen Sie zwei Konsequenzen von Autokorrelation für KQ-Schätzer.

g3) Die Mitarbeiterin unterstellt die Gültigkeit des AR(1)-Modells. Sie ruft in R mit `> dwtest(lm(DNote ~ VDNote + log(Sem) + Alter + Sex + BY, alternative = c("greater"))` einen Durbin-Watson-Test auf und erhält dabei folgendes Ergebnis:

```
Durbin-Watson test
data:  lm(DNote ~ VDNote + log(Sem) + Alter + Sex + BY)
DW = 1.2432, p-value = 5.57e-05
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Geben Sie für diesen Test die Null- und Alternativhypothese an und begründen Sie, ob Autokorrelation vorliegt oder nicht.

g4) Hilft Ihnen die Kenntnis des vorliegenden AR(1)-Parameters bei der Vorhersage der abhängigen Variablen für die nächste Beobachtung, T = 101. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2: **[10 Punkte]**

Welche Antwort ist richtig? Bitte kreuzen Sie die zutreffende Antwort an. Zu jeder Frage gibt es nur eine richtige Antwort. Für jede korrekt angekreuzte Antwort gibt es 1 Punkt, für jede falsch angekreuzte Antwort wird 1 Punkt abgezogen. Die Gesamtpunktzahl kann nicht negativ werden.

1.	Ein Dataframe unterscheidet sich von einer Matrix dadurch, dass	
	❑	eine Matrix nicht mehrere Variablen enthalten kann.
	❑	eine Matrix nur Vektoren des gleichen Datentyps enthalten darf.
	❑	eine Matrix überhaupt kein R-Objekt ist.

2.	Welche Aussage ist korrekt?	
	❑	In R ist das Dezimaltrennzeichen das Komma.
	❑	R unterscheidet zwischen Groß- und Kleinschreibung.
	❑	In R werden Befehlszeilen mit einem Punkt abgeschlossen.

3.	Mit welchem der folgenden Befehle berechnet man in R den arithmetischen Mittelwert der Elemente des Vektors x?	
	❑	`> mean(x)`
	❑	`> mw(x)`
	❑	`> middle(x)`

4.	Mit welchem der folgenden R-Befehle kontrolliert man für den quadrierten Wert der Variable x?	
	❑	`> lm(y~w+I(x^2)+z)`
	❑	`> lm(y~w+x^2+z)`
	❑	`> lm(y~w+x*x+z)`

5.	Welche Kennzahl der Häufigkeitsverteilung der Elemente des Vektors x berechnet man mit dem R-Befehl `> sum(x)/length(x)` ?	
	❑	Standardabweichung
	❑	Median
	❑	arithmetischen Mittelwert

6.	Welchen Wert berechnet man mit folgender Formel (y ist die abhängige Variable einer linearen Regression): `> sum((y – mean(y))^2)`?
❑	SSE
❑	SSR
❑	SST

7.	Mit welchem R-Befehl bestimmt man den kritischen Wert einer F-Verteilung mit 8 und 21 Freiheitsgraden bei einem Signifikanzniveau von 5%?
❑	`> pf(0.05,8,21)`
❑	`> qf(0.05,8,21)`
❑	`> qf(0.95,8,21)`

8.	Welche Schreibweise des Befehls `> read.table()` ist korrekt, um den Datensatz "Daten.txt" einzulesen?
❑	`> read.table("C:\Studien\Daten.txt",header=T)`
❑	`> read.table("C:/Studien/Daten.txt",header=T)`
❑	`> read.table("C:/Studien/Daten",header=T)`

9.	Sie wollen die Wahrscheinlichkeit dafür berechnen, dass eine mit 15 Freiheitsgraden t-verteilte Zufallsvariable höchstens den Wert 0,6 annimmt. Mit welchem R-Befehl erhalten Sie das richtige Ergebnis?
❑	`> dt(0.6,15)`
❑	`> pt(0.6,15)`
❑	`> pt(0.6,15) – pt(0,15)`

10.	Mit welchem der folgenden Parameter des Befehls `> plot()` ändern Sie die Beschriftung der y-Achse?
❑	`ylab`
❑	`ylim`
❑	`yaxis`

Aufgabe 3: **[12 Punkte]**

In R wurde folgende Funktion programmiert:

```
> auswertung = function(x,y)
      {
            r = cor(x,y)
            reg=lm(y~x)
            plot(x,y)
            abline(reg)
            return(r)
      }
```

Der Datensatz, auf den diese Funktion angewendet werden soll, enthält die beiden Variablen x und y, die die folgenden Ausprägungen haben:

t	x_t	y_t
1	3	-3
2	4	-4
3	5	-5

a) Mit welchen Befehlen geben Sie diesen Datensatz in R ein?

b) Welche Ergebnisse gibt R bei folgenden Befehlen aus?

   b1) `> x[2]`

   b2) `> x[y==-4]`

   b3) `> x[y<6]`

c) Welchen Befehl müssen Sie in R eingeben, um die Funktion für den gegebenen Datensatz auszuführen?

d) Geben Sie **alle** Ausgaben an, die mit dieser Funktion für den Datensatz erzeugt werden.

Aufgabe 4: **[25 Punkte]**

Wahr oder falsch? Tragen Sie für jede der folgenden Aussagen ein „w“ für „wahr“ oder ein „f“ für „falsch“ ein. Für jede richtige Antwort gibt es 1 Punkt, für jede falsche Antwort wird 1 Punkt abgezogen. Die Gesamtpunktzahl kann nicht negativ werden.

	Die Grundidee des F-Tests besteht darin, den Erklärungsgehalt unterschiedlicher Modelle zu vergleichen.
	Immer wenn entweder kategorische erklärende Variablen oder Dummyvariablen im linearen Modell betrachtet werden, muss eine Referenzgruppe gebildet werden.
	Nimmt eine Zufallsvariable einen beliebigen Wert (z.B. x = 2) an, so ist der an dieser Stelle berechnete Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion größer als der der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.
	Beim Laspeyres-Index entspricht das Produkt von Preis- und Mengenindex der Umsatzmesszahl.
	Der Ausdruck $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$ gilt nur für stetige Zufallsvariablen.
	Eine Vorhersage auf Basis eines linearen Modells ist genau dann unverzerrt, wenn der Erwartungswert des Vorhersagefehlers 0 beträgt.
	Der KQ Schätzer ist inkonsistent, wenn cov(x,e) = 0.
	Der Herfindahl-Index ist ein absolutes Konzentrationsmaß.
	Empirisches Arbeiten lässt sich mit den Forderungen des kritischen Rationalismus nach Falsifikation von Theorien begründen.
	Der KQ-Schätzer ist (asymptotisch) normalverteilt.
	Erwartungswert und Varianz der Chi^2-Verteilung sind identisch.
	Das Gauss-Markov-Theorem macht keine Aussage zu nichtlinearen Schätzverfahren.
	Der Chow-Test benutzt die F-Verteilung.
	Im linearen Modell gibt die Regressionskonstante den Mittelwert der abhängigen Variablen an.
	Auf der Hauptdiagonale der Varianz-Kovarianz Matrix der geschätzten Parameter befinden sich ausschließlich die Varianzen der einzelnen Parameter.
	Die gemeinsame Dichtefunktion zweier unabhängiger Zufallsvariablen unterscheidet sich von der gemeinsamen Dichtefunktion zweier korrelierter Zufallsvariablen.

	Bei Autokorrelation erster Ordnung in den Fehlertermen eines linearen Modells lässt sich ein effizienter KQ Schätzer gewinnen, wenn die Daten vor der Schätzung transformiert werden.
	Grundidee des KQ Schätzers ist, eine Linie so durch eine Punktwolke zu legen, dass die Summe der quadrierten horizontalen Abweichungen der beobachteten Werte von der Linie minimiert wird.
	Sobald heteroskedastische Fehlerterme vorliegen, ist der KQ Schätzer ineffizient.
	Unverzerrte Schätzer der Störtermvarianz erhält man nur, wenn die Freiheitsgrade als T – K berechnet werden, wobei T die Anzahl der Beobachtungen und K die Anzahl der geschätzten Parameter (inklusive der Konstanten) ist.
	Zu den Methoden statistischer Inferenz gehören das Schätzen, das Testen und das Vorhersagen.
	Um zu prüfen, ob eine erklärende Variable signifikant ist, die als Polynom dritter Ordnung in der Regression berücksichtigt wurde, sollte der F-Test genutzt werden.
	Bei linearen Regressionen wird die Schätzgüte mit dem Wert des R^2 gemessen.
	Je größer der Gini-Koeffizient, umso gleichmäßiger die Verteilung.
	Wenn a eine Konstante ist und Y eine Zufallsvariable, dann gilt Var(Y-a) = Var(Y).

Aufgabe 5: **[10 Punkte]**

Welche Antwort ist richtig? Bitte kreuzen Sie die zutreffende Antwort an. Zu jeder Frage gibt es nur eine richtige Antwort. Für jede korrekt angekreuzte Antwort gibt es 1 Punkt, für jede falsch angekreuzte Antwort wird 1 Punkt abgezogen. Die Gesamtpunktzahl kann nicht negativ werden.

1.	Wenn c eine Konstante ist und X und Y Zufallsvariablen sind, dann ist die Varianz von (cX – Y)	
	❑	$c^2 \cdot \mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)$
	❑	$c \cdot \mathrm{Var}(X - Y)$
	❑	$c^2 \cdot \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y) - 2 \cdot c \cdot \mathrm{Cov}(X,Y)$

2.	Um mit Hilfe eines linearen KQ Schätzers Koeffizienten zu gewinnen, die als Elastizitäten von Y hinsichtlich X interpretiert werden können, muss man	
	❑	die erklärende Variable X als Polynom zweiter Ordnung schätzen.
	❑	die abhängige Variable Y logarithmiert betrachten.
	❑	abhängige und erklärende Variable (Y und X) in logarithmierter Form betrachten.

3.	KQ Parameterschätzer sind Zufallsvariablen, weil	
	❑	sie als gewichtete Summe von Zufallsvariablen beschrieben werden können.
	❑	das Schätzverfahren keine exakten Werte ergibt.
	❑	Intervallschätzer keine präzise Interpretation zulassen.

4.	Bei einem Hypothesentest ist die Ablehnungsregion	
	❑	umso größer, je niedriger das Signifikanzniveau.
	❑	unabhängig von der Typ-I Fehlerwahrscheinlichkeit.
	❑	abhängig von der Anzahl der Beobachtungen.

5.	Eine Division der erklärenden Variable X_k durch den Faktor a führt zu	
	❑	einem um den Faktor a reduzierten Parameterschätzwert für β_k.
	❑	einem um den Faktor a erhöhten Parameterschätzwert für β_k.
	❑	um den Faktor a erhöhten Schätzwerten für alle Steigungsparameter des Modells.

6.	Die Präzision der Schätzung eines Steigungsparameters ist umso höher,	
	❑	je weniger Beobachtungen vorliegen.
	❑	je mehr Parameter geschätzt werden.
	❑	je größer die Streuung der erklärenden Variable.

7.	Ausgelassene relevante erklärende Variable führen dann nicht zu verzerrten Parameterschätzern,	
	❑	wenn die ausgelassene Variable mit dem Störterm korreliert ist.
	❑	wenn die Standardfehler heteroskedastisch sind.
	❑	wenn die ausgelassene Variable mit den berücksichtigten Variablen nicht korreliert ist.

8.	Der Goldfeld-Quandt Test	
	❑	überprüft, ob aufeinander folgende Störterme des Modells miteinander korreliert sind.
	❑	hat T-K Freiheitsgrade.
	❑	wird in der Regel als einseitiger Test durchgeführt.

9.	Bei gegen unendlich konvergierender Stichprobengröße	
	❑	konvergiert der Intervallschätzer der Steigungsparameter gegen das Signifikanzniveau.
	❑	konvergiert die Varianz des KQ Schätzers gegen Null.
	❑	konvergiert das R^2 gegen 1.

10.	Ein RESET Test mit quadrierten und kubischen vorhergesagten Werten ($\hat{y}^2$ und $\hat{y}^3$) der abhängigen Variable ergibt eine Teststatistik von 4,8 mit einem p-Wert von 0,067. Dies bedeutet:	
	❑	Das Modell sollte in logarithmierter Form geschätzt werden.
	❑	Am Signifikanzniveau von 10% wird H_0 nicht verworfen.
	❑	Am Signifikanzniveau von 5% ist das Modell nicht fehlspezifiziert.

Aufgabe 6: **[18 Punkte]**

Brada und Graves argumentieren in ihrem 1998 erschienen Artikel "The Slowdown in Soviet Defense Expenditures" (*Southern Economic Journal*, 969-984), dass die sowjetischen Ausgaben für Verteidigung eine Funktion des sowjetischen Bruttosozialprodukts und der Verteidigungsausgaben der USA seien. Weniger sicher waren sie sich über den Einfluss der Anzahl sowjetischer Nuklearsprengköpfe im Vergleich zur Anzahl US-amerikanischer Nuklearsprengköpfe. Um ihre Hypothesen zu überprüfen, verwenden sie Jahresdaten von 1960 bis 1984 und schätzen zwei Modellspezifikationen:

$$\ln(SDH_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(USD_t) + \beta_2 \ln(SY_t) + e_1 \quad (1)$$

$$\ln(SDH_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(USD_t) + \beta_2 \ln(SY_t) + \beta_3 \ln(SP_t) + e_2 \quad (2)$$

wobei SDH_t: Sowjetische Verteidigungsausgaben im Jahr t (in 1970 Mrd. Rubel, Schätzung durch die CIA)
USD_t: US-amerikanische Verteidigungsausgaben im Jahr t (in 1980 Mrd. US$)

SY_t: sowjetisches Bruttosozialprodukt im Jahr t (in 1970 Mrd. Rubel)
SP_t: Verhältnis der Anzahl sowjetischer Nuklearsprengköpfe zur Anzahl US-amerikanischer Nuklearsprengköpfe

Die Schätzung von Spezifikation (1) mit R liefert folgende Ergebnisse:

```
Call:
lm(formula = log(SDH) ~ log(USD) + log(SY))

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.88121    0.53367  -5.399 2.02e-05 ***
log(USD)     0.10462    0.07256   1.442    0.163
log(SY)      1.06611    0.03796  28.086  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.04704 on 22 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.9787,     Adjusted R-squared: 0.9767
F-statistic: 505.1 on 2 and 22 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Die Schätzung von Spezifikation (2) mit R liefert sodann folgenden Output:

```
Call:
lm(formula = log(SDH) ~ log(USD) + log(SY) + log(SP))

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -1.99213    0.70841  -2.812   0.0104 *
log(USD)     0.05619    0.07416   0.758   0.4570
log(SY)      0.96941    0.06471  14.981 1.10e-12 ***
log(SP)      0.05731    0.03181   1.802   0.0859 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.04481 on 21 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.9815,     Adjusted R-squared: 0.9789
F-statistic: 372.2 on 3 and 21 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

a) Welche der beiden Spezifikationen würden Sie bevorzugen? Begründen Sie kurz. (2 Punkte)

b) Aus den Schätzergebnissen lassen sich weiterhin folgende Angaben ermitteln: (6 Punkte)

Spezifikation (1): $\sum_{t=2}^{T} \hat{e}_t \hat{e}_{t-1} = 0.036$ und $\sum_{t=2}^{T} \hat{e}_{t-1}^2 = 0.049$;

Spezifikation (2): $\sum_{t=2}^{T} \hat{e}_t \hat{e}_{t-1} = 0.029$ und $\sum_{t=2}^{T} \hat{e}_{t-1}^2 = 0.042$.

b1) Berechnen Sie die Autokorrelationskoeffizienten $\rho_{(1)}$ und $\rho_{(2)}$ für AR(1) Störtermprozesse e_1 und e_2.

b2) Berechnen Sie weiterhin die (approximativen) Durbin-Watson-Statistiken $d_{(1)}$ und $d_{(2)}$ und testen Sie auf dem 5%-Signifikanzniveau auf positive Autokorrelation erster Ordnung. Geben Sie hierzu auch die Nullhypothese, die Alternativhypothese sowie die Freiheitsgrade sowie die jeweiligen kritischen Werte an.

c) Modell-Spezifikation (2) wird erneut geschätzt unter Verwendung der verzögerten abhängigen Variablen (y_{t-1}) als zusätzliche erklärende Größe: Die Durbin-Watson Test-Statistik beträgt 1.85, ein Langrange Multiplier Test hat eine Test-Statistik von 0.1844. Liegt hier Autokorrelation erster Ordnung vor? Begründen Sie Ihre Antwort. Skizzieren Sie zudem kurz die Vorgehensweise des Lagrange Multiplier Tests. (6 Punkte)

d) Zeigen Sie allgemein, dass e_t homoskedastisch ist, wenn ein AR(1) Störtermprozess der Form

$e_t = \rho e_{t-1} + \upsilon_t$ gegeben ist, für den gilt: $E(e_t) = 0$; $E(\upsilon_t) = 0$; $Var(\upsilon_t) = \sigma_\upsilon^2$; $Cov(\upsilon_t, \upsilon_s) = 0$,
für $t \neq s$. (4 Punkte)